

Т е м а 23. ОПТИМИЗАЦИЯ РАЗВИТИЯ ЭКОСИСТЕМ МЕТОДАМИ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СИМПЛЕКС-МЕТОДА

Объяснение: *Симплекс-метод – как способ решения оптимизационных задач линейного программирования.*

Линейное программирование как математическая дисциплина развивается с 60-х годов прошлого века применительно к задачам комплексного планирования и размещения капиталовложений в различных отраслях экономики.

Симплекс-метод предложен Дж. Данцигом и усовершенствован другими математиками.

Примеры использования симплекс-метода в сельском хозяйстве:

- 1) принятие решений о типах и нормах внесения удобрений;
- 2) подбор рациона наименьшей стоимости для животных;
- 3) планирование трудовых затрат и потребности в технике.

Теоретически симплекс-метод – задача n -мерного пространства. Каждый угол – одно из решений функции. Цель – найти такую угловую точку этой фигуры, которая будет минимальной или максимальной.

Использование графического способа решения оптимизационных задач удобно только при наличии двух управляемых переменных. При большем числе переменных можно применить универсальный метод решения оптимизационных задач – симплекс-метод.

Симплекс-метод – это характерный пример итерационных вычислений, используемых при решении большинства оптимизационных задач. Итерационные действия – однотипные вычислительные процедуры, повторяющиеся в определенной последовательности до тех пор, пока не будет получено оптимальное решение. Поэтому применение симплекс-метода требует использования вычислительных машин.

Идея метода состоит в последовательном продвижении по опорным решениям задачи, т.е. в последовательном улучшении решений по определенному критерию до тех пор, пока не будет получено оптимальное решение.

План решения задачи симплекс-методом:

- 1) привести математическую модель к каноническому виду;
- 2) найти опорное решение;
- 3) найти оптимальное решение.

Основные элементы оптимизационных моделей.

Использование оптимизационных моделей предполагает выделение трех основных элементов:

– управляемые переменные, которые могут изменяться в определенных пределах и оптимальные значения которых должны быть определены;

– целевая функция, которая показывает, что необходимо найти;

– ограничения целевой функции – это условия, ограничивающие возможность выбора значений управляемых переменных.

Требования к элементам при использовании симплекс-метода.

Целевая функция и ограничения должны быть представлены в линейной форме (нелинейное – сепарабельное программирование, \ln, x^2)

Целевая функция и ограничения должны быть полностью детерминированными, т.е. не содержать случайных составляющих, изменяющихся в некотором диапазоне.

Управляемые переменные должны быть непрерывными и неотрицательными, т.е. в пределах наложенных ограничений могут принимать значения любого неотрицательного числа.

Приведение математической модели к каноническому виду.

Для построения канонической модели стандартная математическая модель должна быть приведена к определенному виду:

а) все ограничения записываются в виде равенств (хотя бы одно должно быть с отрицательной правой частью);

б) целевая функция подлежит максимизации или минимизации:

$$Z = 25x_1 + 30x_2 \rightarrow \max$$

Для приведения модели к каноническому виду пользуются тремя правилами.

Исходные ограничения, записанные в виде неравенств, можно записать в виде равенств, прибавив (или отняв) дополнительную переменную к левой части ограничения:

$$2x_1 + 3x_2 \leq 120;$$

$$2x_1 + 3x_2 + y_1 = 120;$$

$$6x_1 + 250x_2 \geq 1500;$$

$$6x_1 + 250x_2 - y_1 \geq 1500;$$

Если исходное ограничение имеет вид (\leq), переменную y_1 следует интерпретировать как остаток, или недоиспользованную часть данного ресурса, либо, если исходное ограничение имеет вид (\geq), переменная y_1 обозначает величину превышения сверх минимума.

Правую часть неравенства всегда можно сделать отрицательной, умножив на минус 1 обе части, если это необходимо.

$$2x_1 + 3x_2 \leq 120 - 2x_1 - 3x_2 \geq -120$$

Знак неравенства изменяется на противоположный при умножении обеих частей на минус 1.

Основная идея этих преобразований заключается в формировании множества переменных, состоящего из свободных и дополнительных переменных. В целевой функции значения дополнительных переменных равны 0, т.е. предполагается полное использование ресурсов без остатка.

$$Z = 25x_1 + 30x_2 + 0y_1 + 0y_2$$

Подготовка модели к итерационным вычислениям.

Понятие базисных и небазисных переменных, свободных членов.

Основная идея метода заключается в том, что все множество переменных разбивают на **базисные** и **небазисные** переменные, где небазисные переменные – это управляемые переменные (x_1 и x_2 в нашем примере), а количество базисных переменных равно количеству равенств в канонической модели (у нас два ограничения, две базисных переменных y_1, y_2).

Наряду с базисными и небазисными переменными обозначим **свободные члены** – числа в правой части уравнения.

Составление симплекс-таблицы.

Далее строим таблицу-матрицу (табл. 25), где число столбцов равно числу небазисных переменных + 3, а число строк равно числу базисных переменных + 2.

Таблица 25 – Макет симплекс-таблицы

Базисные переменные	Свободные члены (СЧ)	Небазисные переменные		Симплексное отношение (СО)
		x_1	x_2	
y_1				
y_2				
Z (строка целевой функции)				

Признаки опорного и оптимального решения.

При поиске опорного решения необходимо, чтобы в процессе преобразований отрицательные свободные члены стали положительными, а нули в числе базисных были переброшены в небазисные.

Опорное решение будет оптимальным, если коэффициенты целевой функции F строки будут отрицательными (или нулевыми)

при поиске минимума или положительными (или нулевыми) при поиске максимума за исключением свободного члена F строки.

Алгоритм решения оптимизационной задачи методом обнуления.

Задача. Пусть есть хищник, гнездо которого находится в точке *A*, и две потенциальные жертвы на участках *B* и *C*. Время, необходимое хищнику для того, чтобы добраться до пищи и возвратиться с единицей добычи, равно 2 и 3 минуты соответственно. На поимку добычи на участке *B* хищник тратит 2 мин, а на участке *C* – 1 мин. Энергетическая ценность единицы добычи на участке *B* равна 25 Дж, а на участке *C* – 30 Дж.

Найти способ добычи пищи, который давал бы максимальный энергетический выход при следующих условиях:

время на путь за добычей в обе стороны составляет не более 120 мин/сут.;

время на поимку не более 80 мин/сут.;

переменные: x_1 – количество жертв на участке *B*;

x_2 – количество жертв на участке *C*;

целевая функция: максимум энергии $Z = 25x_1 + 30x_2$;

ограничения: на время в пути – $2x_1 + 3x_2 \leq 120$;

на время поимки – $2x_1 + 1x_2 \leq 80$.

Приведем условие задачи к каноническому виду:

Преобразуем неравенства в уравнения с отрицательной правой частью:

$$2x_1 + 3x_2 + y_1 = 120;$$

$$- 2x_1 - 3x_2 - y_1 = - 120;$$

$$2x_1 + 1x_2 + y_2 = 80;$$

$$- 2x_1 - 1x_2 - y_2 = - 80;$$

$$Z = 25x_1 + 30x_2;$$

$$Z = 25x_1 + 30x_2 + 0y_1 + 0y_2.$$

Метод обнуления подходит для решения задач, где число базисных и небазисных переменных одинаково. Находим опорное решение, для этого заполняем исходную симплекс-таблицу (табл. 26).

Таблица 26 – Исходная симплекс- таблица №1

Базисные переменные	Свободные члены (СЧ)	Небазисные переменные		Симплексное отношение (СО)
		x_1	x_2	
y_1	- 120	- 2	- 3*	40 Р с-ка
y_2	- 80	- 2	- 1	80
Z (строка целевой функции)			Р с-ц	

Дальнейшие действия выполняем по следующему алгоритму:

а) в строке с минимальным свободным членом находим минимальный отрицательный коэффициент небазисной переменной и выделяем столбец, содержащий это число (-3). Этот столбец называется разрешающим.

б) находим симплексное отношение: СО – неотрицательное отношение свободных членов к ненулевым элементам разрешающего столбца;

в) по минимальному СО определяется и выделяется разрешающая строка;

г) на пересечении разрешающего столбца и разрешающей строки находим разрешающий элемент (-3);

д) с помощью разрешающего элемента преобразуем симплекс-таблицу и заполняем следующую (табл. 27);

е) меняем местами соответствующие разрешающему элементу базисную и небазисную переменные (x_2 и y_1);

ж) разрешающую строку симплекс-табл.1 делим на разрешающий элемент и записываем в новую таблицу;

з) все элементы разрешающего столбца обнуляем (приравниваем к нулю), за исключением того, что стоит на месте разрешающего элемента, который равен 1;

и) все остальные элементы симплекс-таблицы 2 преобразуем по правилу прямоугольника из симплекс-таблицы 1: от произведения элементов главной диагонали (там, где находится разрешающий элемент) отнимаем произведение элементов побочной диагонали; полученный результат делим на разрешающий элемент;

к) в случае, если в симплекс-таблице 2 не все свободные члены положительны, повторяем пункты а – и.

Таблица 27 – Симплекс-таблица № 2

Базисные переменные	Свободные члены (СЧ)	Небазисные переменные		Симплексное отношение (СО)
		x_1	x_2	
y_1	40	2/3	1	
y_2	-40	-4/3*	0	Р с-ка
Z (строка целевой функции)		Р с-ц		

$$x_1 y_2 = [(-2 \cdot -3)] - [(-2 \cdot -1) / -3] = -4/3;$$

$$СЧ y_2 = [(-3 \cdot -80)] - [(-120 \cdot -1) / -3] = -40.$$

Так как свободные члены не все положительные, рассчитываем следующую таблицу (табл. 28).

$$X_2CЧ = [(-4/3 \cdot 40)] - [(2/3 \cdot -40) / -4/3] = 20;$$

$$X_2Y_1 = [(-4/3 \cdot 1)] - [(2/3 \cdot 0) / -4/3] = 1.$$

Так как все свободные члены положительны, найденное решение является опорным. Подставим полученные значения в формулу целевой функции:

$$Z = 25x_1 + 30x_2;$$

$$Z = 25 \times 30 + 30 \times 20 = 750 + 600 = 1350.$$

Таблица 28 – Симплекс–таблица № 3

Базисные переменные	Свободные члены (СЧ)	Небазисные переменные		Симплексное отношение (СО)
		y_2	y_1	
x_2	20	0	1	
x_1	30	1	0	Р с-ка
Z (строка целевой функции)		Р с-ц		

Алгоритм решения оптимизационной задачи традиционным методом.

Задача. Фермеру необходимо определить количество свиного навоза и сложных минеральных удобрений для разбрасывания на 20 га лугопастбищных угодий таким образом, чтобы стоимость внесенных удобрений была минимальной. При этом необходимо внести не менее 75 кг/га азота, 25 кг/га фосфора, 35 кг/га калия. Химический состав удобрений приведен в табл. 29. Производительность труда при разбрасывании навоза составляет 8 т/ч., при разбрасывании сложных удобрений – 0,4 т/ч. Ресурс времени на выполнение данной операции – 25 ч. Стоимость 1 т навоза – 2,5 у.е., 1 т сложных удобрений – 130 у.е.

Таблица 29 – Химический состав удобрений

Удобрение	Азот	Фосфор	Калий
Свиной навоз	6	1,5	4
Сложное удобрение	250	100	100

Переменные: x_1 – количество свиного навоза (т);

x_2 – количество сложных удобрений (т).

Целевая функция: минимум затрат $Z = 2,5x_1 + 130x_2$.

Ограничения: на нормы внесения удобрений:

$$6x_1 + 250x_2 \geq 1500 \text{ (азот);}$$

$$1,5x_1 + 100x_2 \geq 500 \text{ (фосфор);}$$

$$4x_1 + 100x_2 \geq 700 \text{ (калий);}$$

на временной ресурс: $x_1 / 8 + x_2 / 0,4 \leq 25$, или умножить обе части на 8 и получим $x_1 + 20x_2 \leq 200$.

Приведем условие задачи к каноническому виду:

- 1) приведем неравенства задачи к виду \leq :
- $$- 6x_1 - 250x_2 \leq - 1500;$$
- $$- 1,5x_1 - 100x_2 \leq - 500;$$
- $$- 4x_1 - 100x_2 \leq - 700;$$
- $$x_1 + 20x_2 \leq 200;$$
- $$Z = 2,5x_1 + 130x_2.$$

- 2) преобразуем неравенства в уравнения:
- $$- 6x_1 - 250x_2 + y_1 = - 1500;$$
- $$- 1,5x_1 - 100x_2 + y_2 = - 500;$$
- $$- 4x_1 - 100x_2 + y_3 = - 700;$$
- $$x_1 + 20x_2 \leq 200;$$

$$Z = 2,5x_1 + 130x_2 + 0y_1 + 0y_2 + 0y_3 + 0y_4 .$$

Находим опорное решение, для этого заполняем исходную симплекс-таблицу (табл. 30).

Таблица 30 – Исходная симплекс–таблица №1

Базисные переменные	Свободные члены (СЧ)	Небазисные переменные		Симплексное отношение (CO)
		x_1	x_2	
y_1	- 1500	- 6	- 250	250 – 6
y_2	- 500	- 1,5	- 100*	333,3 – 5
y_3	- 700	- 4	- 100	175 – 7
y_4	200	1	20	200 – 10
Z (строка целевой функции)	0	-2,5	-130	не считаем

Находим разрешающий элемент (РЭ) (важно найти наименьшее положительное CO).

Для этого найдем коэффициент небазисной переменной, при делении на который свободных членов получается наименьшее положительное число (симплексное отношение CO).

После нахождения РЭ приступаем к заполнению следующей таблицы (табл. 31).

Таблица 31 – Симплекс-таблица № 2

Базисные переменные	Свободные члены (СЧ)	Небазисные переменные		Симплексное отношение (CO)
		x_1	y_2	
y_1	- 250	- 2,25	- 2,5	111,1 / 100
x_2	5	0,015	- 0,01	333,3 / -
y_3	- 200	- 2,5*	- 1	80 / 200
y_4	100	0,7	0,2	142,9 / 500
Z (строка целевой функции)	650	- 0,55	- 1,3	

1. Меняем местами базисную и небазисную переменные, соответствующие РЭ $y_2 \leftrightarrow x_2$.

2. Новый коэффициент на месте РЭ равен обратной ему величине: $1/РЭ \ 1/-100 = -0,01$.

3. Коэффициенты столбца РЭ новой таблицы равны коэффициентам столбца РЭ предыдущей таблицы, деленным на РЭ предыдущей таблицы, и записываются с противоположным знаком.

$$-250/-100 = -2,5;$$

$$-100/-100 = -;$$

$$20/-100 = 0,2;$$

$$-130/-100 = -1,3.$$

4. Коэффициенты строки РЭ равны коэффициентам этой строки предыдущей таблицы, деленным на РЭ предыдущей таблицы:

$$-500/-100 = 5; \ -1,5/-100 = 0,015.$$

5. Остальные коэффициенты находим по правилу прямоугольника: от произведения элементов главной диагонали (там, где находится РЭ) отнимаем произведение элементов побочной диагонали, полученный результат делим на РЭ (все значения берем из предыдущей таблицы):

$$Y_1C = (-1500) \times (-100) - (-500) \times (-250) / (-100) = 150000 - 125000 / (-100) = -250;$$

$$Y_1X_1 = (-6) \cdot (-100) - (-1,5) \cdot (-250) / (-100) = 600 - 375 / (-100) = -2,25;$$

$$Y_3C = (-700) \cdot (-100) - (-500) \cdot (-100) / -100 = 70000 - 50000 / (-100) = -200;$$

$$Y_4C = (200) \cdot (-100) - (20) \cdot (-500) / (-100) = 100; \\ = 650;$$

$$Y_3X_1 = (-4) \cdot (-100) - (-1,5) \cdot (-100) / (-100) = 400 - 150 / (-100) = -2,5;$$

$$Y_4X_1 = (1) \cdot (-100) - (20) \cdot (-1,5) / (-100) = -100 + 30 / (-100) = 0,7;$$

$$ZX_1 = (-2,5) \cdot (-100) - (-1,5) \cdot (-130) / (-100) = 250 - 195 / (-100) = -0,55.$$

6. Проверяем, является ли полученное решение опорным, если «да» – ищем оптимальное решение, если «нет» – повторяем пп. 1 – 5.

В нашем случае решение не является опорным, так как среди свободных членов есть отрицательные числа. Поэтому находим новый РЭ по минимальному СО (-2,5) табл. 31 и заполняем новую таблицу (табл. 32).

Базисные переменные	Свободные члены (СЧ)	Небазисные переменные		Симплексное отношение (СО)
		y_3	y_2	
y_1	- 70	- 0,9	- 1,6	77,8 / 43,8
x_2	3,8	0,006	- 0,016	633,3/ -
x_1	80	- 0,4	0,4	- / 200
y_4	44	0,28	- 0,08	157,1 / -
Z (строка целевой функции)	694	- 0,22	- 1,08	

Меняем местами $x_1 \leftrightarrow y_3$.

Новый РЭ = $1/-2,5 = -0,4$.

Находим элементы Р столбца:

$$(- 2,25)/(- 2,5) = - 0,9; 0,015/- 2,5=0,006; 0,7/- 2,5=0,28 - 0,55/- 2,5 = - 0,22.$$

Находим элементы Р строки:

$$- 200/(- 2,5) =80; - 1/(- 2,5) = 0,4.$$

Остальные элементы находим по правилу прямоугольника:

$$Y_1СЧ = (- 250) \cdot (- 2,5) - (- 200) \cdot (- 2,25) / (- 2,5) = 625 - 450 / (- 2,5) = -70;$$

$$X_2СЧ = (5) \cdot (- 2,5) - (- 200) \cdot (0,015) / (- 2,5) = - 12,5+3 / (- 2,5) = 3,8;$$

$$Y_4СЧ = (100) \cdot (- 2,5) - (- 200) \cdot (0,7) / (- 2,5) = - 250 + 140/(- 2,5) = 44;$$

$$ZСЧ = (650) \cdot (- 2,5) - (- 200) \cdot (- 0,55) / (- 2,5) = - 1625 - 110/ (- 2,5) = 694;$$

$$Y_1Y_2 = (- 2,5) \cdot (- 2,5) - (- 2,25) \cdot (- 1) / (- 2,5) = 6,25 - 2,25/(- 2,5) = -1,6;$$

$$Y_2X_2 = (- 2,5) \cdot (- 0,01) - (0,015) \cdot (- 1) / (- 2,5) = 0,025 + 0,015/ (- 2,5) = - 0,016;$$

$$Y_4Y_2 = (- 2,5) \cdot (0,2) - (0,7) \cdot (- 1) / (- 2,5) = - 0,5 + 0,7/ (- 2,5) = - 0,08;$$

$$ZY_2 = (- 2,5) \cdot (- 1,3) - (- 0,55) \cdot (- 1) / - 2,5 = 3,25 - 0,55/(- 2,5) = -1,08.$$

Так как решение не опорное, находим минимальное СО =43,8, тогда РЭ = -1,6. Заполняем четвертую таблицу (табл. 33).

Таблица 33 – Симплекс-таблица № 4

Базисные переменные	Свободные члены (СЧ)	Небазисные переменные		Симплексное отношение (СО)
		y_3	y_1	
y_2	43,75	0,5625	- 0,625	77,8 / -
x_2	4,5	0,015	- 0,01	300 / -
x_1	62,5	- 0,625	0,25	- / 250
y_4	47,5	0,325	- 0,05	146,2 / -

Z (строка целевой функции)	741,25	0,3875	- 0,675	
----------------------------	--------	--------	---------	--

Меняем местами $u_1 \leftrightarrow u_2$.

Новый РЭ = $1/-1,6 = -0,625$.

Находим элементы Р столбца:

$- 0,016/-1,6 = - 0,01$; $0,4 /-1,6 = 0,25$; $- 0,08 /-1,6 = - 0,05$; $- 1,08/-1,6 = - 0,675$.

Находим элементы Р строки:

$-70/ -1,6 = 43,75$; $- 0,9/-1,6 = 0,5625$.

Остальные элементы находим по правилу прямоугольника:

$X_2СЧ = (3,8 \cdot -1,6) - (-70 \cdot - 0,016) / - 1,6 = - 6,08 - 1,12 /-1,6 = 4,5$;

$X_1СЧ = (80 \cdot - 1,6) - (- 70 \cdot 0,4) / - 1,6 = -128 + 28/-1,6 = 62,5$;

$У_4СЧ = (44 \cdot - 1,6) - (- 70 \cdot - 0,08) / - 1,6 = - 70,4 - 5,6 / - 1,6 = 47,5$;

$ZСЧ = (694 \cdot - 1,6) - (- 70 \cdot - 1,08) / - 1,6 = - 1110,4 - 75,6 / - 1,6 = 741,25$;

Так как все свободные члены положительные, найдено опорное решение.

$ZУ_3 = (- 0,22 \cdot - 1,6) - (- 0,9 \cdot - 1,08) / - 1,6 = 0,352 - 0,972 / - 1,6 = 0,3875$;

Так как не все коэффициенты строки целевой функции отрицательные или нулевые, то найденное опорное решение не является оптимальным. Продолжаем расчеты:

$У_3Х_2 = (0,006 \cdot -1,6) - (- 0,9 \cdot - 0,016) / - 1,6 = - 0,0096 - 0,0144 / - 1,6 = 0,015$;

$Х_1У_3 = (- 0,4 \cdot - 1,6) - (- 0,9 \cdot 0,4) / - 1,6 = 0,64 + 0,36 / - 1,6 = - 0,625$;

$У_3У_4 = (0,28 \cdot - 1,6) - (- 0,9 \cdot - 0,08) / - 1,6 = - 0,448 - 0,072 / - 1,6 = 0,325$.

Далее заполняем следующую симплекс-таблицу (табл. 34).

Таблица 34 – Симплекс–таблица № 5

Базисные переменные	Свободные члены (СЧ)	Небазисные переменные		Симплексное отношение (СО)
		y_2	y_1	
u_3	77,8	1,78	- 1,1	
x_2	3,33	- 0,027		
x_1	111,1	1,1		
u_4	22,2	- 0,58		
Z (строка целевой функции)	711,1	- 0,69	- 0,25	

Меняем местами $u_2 \leftrightarrow u_3$.

Новый РЭ = $1/0,5625 = 1,78$.

Находим элементы Р столбца:

$0,015/0,5625 = -0,027$ – $0,625/0,5625 = 1,1$; $0,325/0,5625 = -0,58$;
 $0,3875/0,5625 = -0,69$.

Находим элементы Р строки:

$43,75/0,5625 = 77,8$; $-0,625/0,5625 = -1,1$.

Далее для проверки решения на оптимальность находим свободные члены и коэффициенты строки целевой функции по правилу прямоугольника:

$ZU_1 = (0,5625 \cdot -0,675) - (-0,625 \cdot 0,3875) / 0,5625 = -0,38 + 0,24 / 0,5625 = -0,25$.

$X_2СЧ = (4,5 \cdot 0,5625) - (43,75 \cdot 0,015) / 0,5625 = 2,53 - 0,66 / 0,5625 = 3,33$.

$X_1СЧ = (62,5 \cdot 0,5625) - (43,75 \cdot -0,625) / 0,5625 = 332,5 + 27,3 / 0,5625 = 111,1$.

$У_4СЧ = (47,5 \cdot 0,5625) - (43,75 \cdot 0,325) / 0,5625 = 26,7 - 14,2 / 0,5625 = 22,2$.

$ZСЧ = (741,25 \cdot 0,5625) - (43,75 \cdot 0,3875) / 0,5625 = 416,95 - 16,95 / 0,5625 = 711,1$.

Так как все свободные члены положительны и коэффициенты в строке целевой функции отрицательны, то найдено оптимальное решение задачи. Подставим полученные значения в уравнение целевой функции $Z = 2,5 \cdot 111,1 + 130 \cdot 3,33 = 277,75 + 432,9 \approx 711,1$.

Задание. Решите задачу при помощи симплекс-метода: Имеются две возможности лечения рака – лучевая терапия и химиотерапия, причем эффективность обоих методов выражена экспертом в некоторых общих единицах. Например, лекарственный препарат обладает эффективностью в 1000 единиц на грамм препарата, а облучение – 1000 единиц в минуту. Допустим, что для выздоровления больному требуется не менее 3000 единиц эффективности. Однако оба метода токсичны. Поэтому ни тот, ни другой нельзя применять неограниченно. Пусть токсичность методов также выражена в общих единицах, например, токсичность лекарства равна 400 единицам на грамм, а токсичность облучения 1000 единицам в минуту. Допустим, что конкретный больной не должен получить более 2000 таких единиц.

Известно, что введение одного грамма лекарственного препарата причиняет больному в три раза большие неудобства, чем

облучение в течение одной минуты, и, следовательно, если мы ввели x_1 единиц веса лекарств и облучали больного в течение x_2 минут, то причинили ему общее неудобство, равное $Z = 3x_1 + x_2$. Задача состоит в том, чтобы подобрать такое соотношение обоих методов лечения (x_1 и x_2), которое удовлетворяло бы сформулированным выше ограничениям и в то же время причиняло как можно меньше неудобства больному.